

# Metodi numerici e calcolo stocastico: esempi di applicazione.

October 5, 2006

Versione 3.0 <sup>1</sup>

## 1 Introduzione

Il presente documento illustra un programma di massima per un ciclo di lezioni teoriche e pratiche, in cui si applicano i metodi numerici ed il calcolo stocastico a problematiche finanziarie.

Lo scopo del corso é quindi quello di fornire ai partecipanti un'introduzione molto semplice ai processi stocastici e ad alcuni metodi di simulazione numerica (metodo Monte Carlo) applicati ad un contesto "industriale", in particolare al mondo della finanza.

Si presuppone, nei partecipanti, una conoscenza matematica adeguata ai temi trattati, nonché una conoscenza di base dei fondamenti della programmazione, con particolare attenzione al C++.

## 2 Contenuti del corso

Il corso si compone di tre sezioni principali:

- una serie di lezioni teoriche in aula, in cui vengono presentati i fondamenti della finanza (modelli e tecniche numeriche);
- una esercitazione pratica in aula, avente per oggetto un caso reale (pricing di una opzione esotica), in cui si sviluppa una libreria ad oggetti (in C++) per effettuare simulazioni Monte Carlo in ambito finanziario.

---

<sup>1</sup>Autore: Marco Airolidi

- un tutoring a distanza (e-learning), in cui ciascun gruppo di lavoro viene assistito, a livello individuale, nella realizzazione e correzione del codice. L'obiettivo di questa parte del corso é quella di garantire un supporto didattico tagliato sulle esigenze dei singoli studenti.

### 3 Docenti

- Marco Airoidi  
Personal e-mail address: *marcoairoidi@yahoo.it*  
Work e-mail address: *marco.airoidi@mediobanca.it*
- Vito Antonelli  
E-mail address: *Vito.Antonelli@mi.infn.it*

### 4 Programma dettagliato

Il programma dettagliato delle lezioni teoriche e delle esercitazioni pratiche é riportato di seguito.

- Lezioni teoriche
  - (1) **Il contesto / elementi di finanza**
    - \* tasso di interesse privo di rischio;
    - \* strumenti di tasso - obbligazioni;
    - \* azioni;
  - (2) **Le opzioni**
    - \* opzioni plain vanilla;
    - \* opzioni esotiche.
  - (3) **Processi stocastici**
    - \* introduzione ai processi di Wiener;
    - \* lemma di Ito;
  - (4) **Un processo per descrivere l'evoluzione delle azioni**
    - \* un modello per le azioni;
    - \* critica al modello log-normale per i prezzi delle azioni.
  - (5) **Analisi di Black Scholes per le opzioni europee plain vanilla;**

- \* presentazione dell'argomentazione di Black-Scholes (nel seguito BS);
  - \* interpretazione euristica della formula di BS;
  - \* valutazione neutrale verso il rischio.
- (6) **Tecniche di calcolo numerico per il pricing di opzioni**
- \* metodo Monte Carlo - introduzione;
  - \* metodo Monte Carlo applicato alla finanza (pricing)
- **Esercitazione di laboratorio**
- (1) **Implementazione, a scopo didattico, di una libreria in C++ per il pricing di opzioni esotiche con tecnica Monte Carlo**
- \* impostazione dello schema di flusso della libreria ad oggetti;
  - \* classi in C++ per la descrizione degli strumenti finanziari (azioni ed opzioni);
  - \* classi in C++ per generazione dei cammini stocastici di un'azione;
  - \* impostazione del problema del pricing di un'opzione;
  - \* e-learning mirato allo sviluppo del codice ed agli aspetti implementativi;
- (2) **Relazione**
- \* analisi dei risultati e stesura della relazione.